

LVI олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии
МАТЕМАТИКА, ШКОЛЬНЫЙ ТУР
 Таллинн, 7 января 2009 года
 VIII класс

Время, отводимое для решения: 3 часа.

Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи даёт 7 баллов.

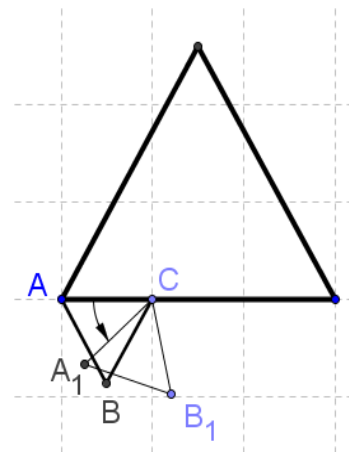
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Найти значение числа x .

$$100 - \left\{ \left[90000 - \left(\frac{112500}{x} - 468 \right) \cdot 150 \right] : 450 \right\} = 44$$

2. Из одинаковых бордюрных камней выложили два отрезка прямой. Один из отрезков на 8 м длиннее другого. Для выкладывания короткого отрезка использовали 15 камней. Общая стоимость бордюрных камней, использованных на оба отрезка, составила 3200 крон. Найди длины отрезков, если стоимость одного бордюрного камня равна 80 кронам.

3. Дан равносторонний треугольник, длина стороны которого равна 3 см. На стороне данного треугольника вне его построен равносторонний треугольник ABC с длиной стороны 1 см. Вершина A треугольника совпадает с вершиной данного треугольника, а вершина C лежит на его стороне. Треугольник ABC поворачивают против часовой стрелки без скольжения вдоль сторон первоначального треугольника до тех пор, пока он не вернётся в первоначальное положение. На рисунке показаны первоначальное расположение треугольника ABC , которое совпадает с конечным, и одно из промежуточных положений, полученное в начале поворота (A_1B_1C). Начерти положения треугольника, полученные в результате поворота, при которых две вершины треугольника ABC располагаются на сторонах данного треугольника. Вычисли точную длину пути, пройденную вершиной A треугольника.



4. Дана таблица, содержащая семь столбцов квадратных ячеек. Длина стороны каждой ячейки равна 1 см. Числа от 1 до 2009 вписали в эту таблицу, указанным на рисунке способом. Центры квадратов, в которые вписаны числа 100, 2004 и 2009, соединили отрезками. Вычисли площадь полученного таким образом треугольника.

...						
15	16					
8	9	10	11	12	13	14
1	2	3	4	5	6	7

5. В слове LÄÄNEMERI различным буквам соответствуют различные цифры и одинаковым буквам – одинаковые цифры. Известно, что $L + \ddot{A} \cdot \ddot{A}$ и $M + E \cdot M$ являются нечётными числами, а $I \cdot L + I \cdot \ddot{A}$, $\ddot{A} + N + L \cdot \ddot{A}$, $R + \ddot{A} - L - N$ и $I + R$ являются чётными числами.

а) Докажи, что $L \cdot \ddot{A} + \ddot{A} \cdot N + E \cdot M + E \cdot R + I$ не делится нацело на число 2.

б) Найди наименьшее девятизначное число, которое может при заданных условиях соответствовать слову LÄÄNEMERI.